

## הצעה לעבודת קיץ 2024 לבוגרי כיתה ח' מופ"ת

העבודה מבוססת על תרגילים מספרים הבאים: "מתמטיקה משולבת"-מכון ויצמן, "משבצת"- גבי יקואל, "שבילים"- מט"ח, עשר בריבוע", "אפשר גם אחרת"-טכניון, מפמרון ח' ו ט' – ארכימדס.

### פונקציות וגרפים

1. במערכת צירים משורטטים שני ישרים AB ו-CD .

נתון:  $A(0,8)$ ,  $D(0,2)$ .

שיפוע הישר AB שווה ל-2, ושיפוע הישר CD שווה ל-4.

א. מצאו את משוואות הישרים AB ו-CD.

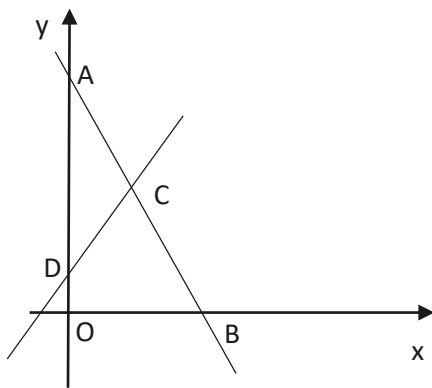
ב. מצאו את שיעורי הנקודות B ו-C.

ג. מצאו את שטח המשולש ACD.

ד. דרך נקודה D מעבירים ישר מקביל לציר ה-x.

החותך את הישר AB בנקודה E. מצאו את שיעורי הנקודה E.

ה. חשבו את שטח המשולש CDE ואת שטח הטרפז BODE.



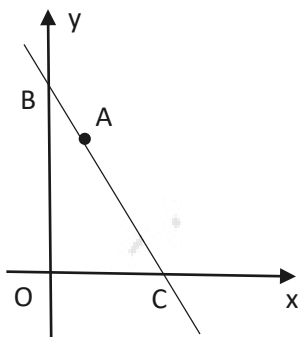
2. במשולש ABC נתון:

הצלע AB מונחת על הישר  $y=x+2$ ,

קדקוד C נמצא בנקודה  $(2, 6)$ , קדקוד A נמצא על ציר ה-y וקדקוד B נמצא על ציר ה-x.

א. מצאו את משוואת הישר עליו מונחת הצלע BC.

ב. הצלע BC חותכת את ציר ה-y בנקודה D. חשבו את שטח המשולש ABD.



3. בציר שלפניכם נתון ישר BC בעל שיפוע m. העובר בנקודה  $A(1,8)$ .

א. הביעו באמצעות m את משוואת הישר BC.

ב. שטח המשולש BOC הוא 16.

מצאו את הערך של m ורשמו את משוואת הישר.

4. הישר  $y = -\frac{1}{2}x + n$  ( $n \neq 0$ ) חותך את ציר ה-x בנקודה A ואת ציר ה-y בנקודה B.

א. הביעו את שיעורי הנקודות A ו-B באמצעות  $n$ .

ב. נתון: שטח המשולש אשר הישר AB יוצר עם הצירים הוא 16 סמ"ר. מצאו את  $n$  (שתי אפשרויות).

5. לפניכם תיאורים גרפיים של 4 פונקציות.

א. התאימו לכל גרף משוואה מתוך המשוואות הנתונות:

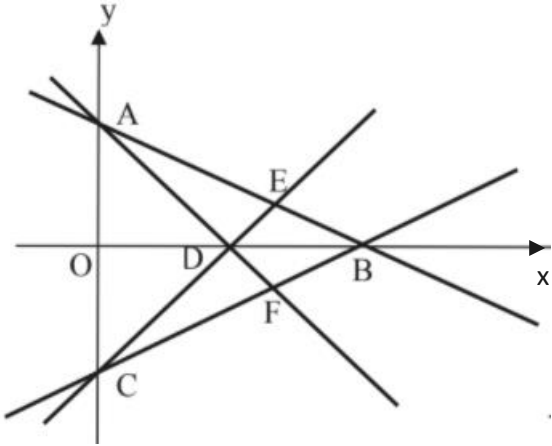
1)  $2y = x - 12$     3)  $y = x - 6$

2)  $2y + x = 12$     4)  $y + x = 6$

ב. רשמו שמות של כל המשולשים שווי שוקיים, אשר נוצרו בסרטוט.

ג. הוכיחו כי המרובע DEBF הוא דלתון ומצאו את שטחו.

ד. חשבו את גודל הזווית ADC.



6. במשולש ABC הצלע BC מונחת על הישר  $y = 5x - 13$ , הקדקוד A נמצא בנקודה (6, 1).

הצלע AC מקבילה לישר  $3y = x + 4$  והצלע AB מקבילה לישר  $y + 2x = 10$ .

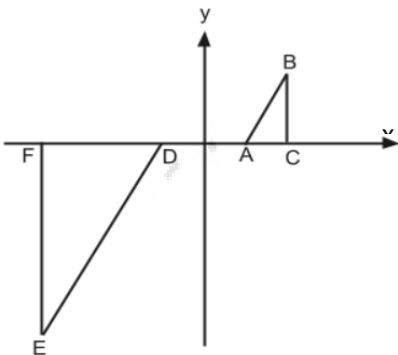
מצאו את שיעורי הקדקודים B ו-C.

7. במערכת הצירים מסומנות הנקודות:

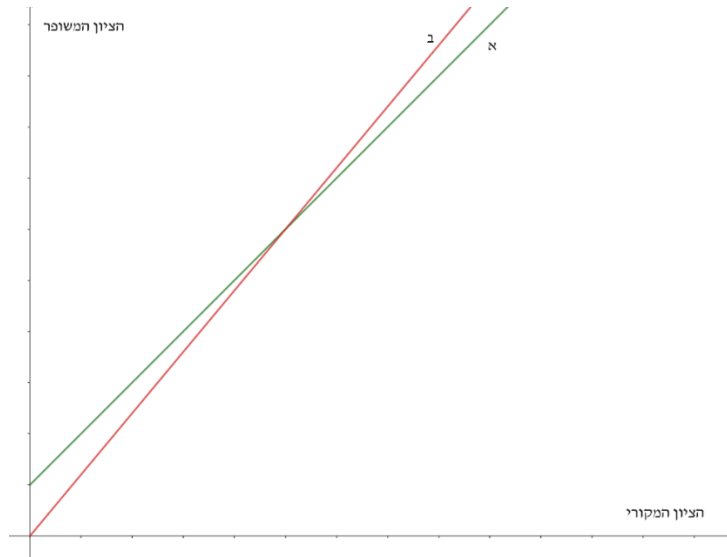
$$A(1,0), \quad B(2,3), \quad C(2,0), \quad D(-1,0), \quad E(-4,-9), \quad F(-4,0)$$

א. הוכיחו כי  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

ב. מצאו את יחס השטחים של  $\Delta ABC$  ו- $\Delta DEF$ .



8. במבחן קשה קיבלו התלמידים ציונים נמוכים. המורה החליט לשפר את הציונים, והציע שתי דרכים לשיפור הציון.
- דרך 1: להוסיף 10 נקודות לכל ציון.
- דרך 2: להוסיף 20% לכל ציון.
- לפניכם שני גרפים המתארים את הקשר בין הציון המקורי לבין הציון המשופר לפי שתי הדרכים. שימו לב, אפשר לקבל אחרי השיפור ציון גבוה מ-100 נקודות.



- א. קובי קיבל במבחן 60 נקודות. באיזה דרך יבחר קובי לשפר את ציונו? נמקו.
- ב.  $x$  מייצג את הציון המקורי. אילו מבין הביטויים הבאים אינם מייצגים את הציון המשופר בדרך 2?

5	4	3	2	1
$x + \frac{20}{100}$	$1\frac{1}{5}x$	$x + \frac{20x}{100}$	$x + 20\%$	$1.2x$

- ג. איזה גרף מתאר את דרך השיפור 2? נמקו.
- ד. דן אמר שזה לא משנה לו באיזה דרך ישפרו את ציונו, כי בשתי הדרכים יקבל אותו ציון. מה הציון המקורי של דן? איזו נקודה בגרף מייצגת ציון זה?
- ה. שירה אמרה שהיא מעדיפה לשפר את הציון שלה בדרך 2. מה תוכלו לומר על הציון המקורי שלה? איך רואים זאת מהגרף?
- ו. מאיר השווה בין שתי התוספות לגבי הציון שקיבל וראה שבדרך 2 הוא מקבל 5 נקודות יותר מאשר בדרך 1. מה היה ציונו המקורי?

## ביטויים אלגבריים וחוקי חזקות

1. א. נתון:  $9^{5x} = 1024$ .

חשבו את ערך הביטויים הבאים: (1)  $\left(\frac{1}{9}\right)^{5x}$  (2)  $3^{10x}$

ב. נתון:  $2^x = 3$ .

חשבו את ערך הביטויים הבאים: (1)  $4^x$  (2)  $2^{x+3}$  (3)  $\left(\frac{1}{16}\right)^x$

2. חשבו וכתבו את התוצאה בכתוב מדעי:

א.  $1.1 \cdot 10^4 + 1100$  ב.  $(2.4 \cdot 10^4)(4.5 \cdot 10^3)$

3. פשטו את הביטוי  $\frac{10x^5 - 15x^4}{5x^4}$  וחשבו את ערכו עבור  $x = \frac{1}{2}$ .

4. פשטו את הביטויים הבאים ככל הניתן:

א.  $\frac{4x^2 - 9y^2}{x + 3y} : \frac{3y + 2x}{9y^2 + 6xy + x^2} =$

ב.  $\frac{3b - 6}{2b^3 - 8b^2 + 8b} : \frac{b^2 - 2b - 8}{4b^3 - 16b} =$

5. א. פשטו את הביטוי הבא ככל הניתן:  $\left(\frac{1}{x^4 - x^2} + \frac{x^2}{x^2 - 1}\right) \cdot \frac{1 - 2x^2 + x^4}{x^4 + 1}$

ב. אם ידוע שערך הביטוי שלילי, מה תוכלו להגיד על הערך של  $x$  ?

6. א. נתון:  $(a - b)^2 = 49$ ,  $(a + b)^2 = 4$ . מבלי חשב את  $a$  ואת  $b$ , יש לחשב את  $2a^2 + 2b^2$ .

ב. נתון:  $m \cdot n = 3$ ,  $m^2 + n^2 = 31$ . מבלי חשב את  $m$  ואת  $n$ , יש לחשב את  $m - n$ .

ג. נתון:  $x = y + 3$ ,  $x^2 - y^2 = 45$ . מבלי חשב את  $x$  ואת  $y$ , יש לחשב את  $x + y$ .

7. א. פשטו את הביטוי הבא עד כמה שאפשר :  $\frac{4}{m^2-4m} - \frac{3}{m^2-5m+4}$

ב. האם יתכן שערכן של הביטוי שווה ל-0?

ג. מצאו ערכו של  $m$  אם ידוע שערך הביטוי שווה ל-4.

ד. אילו מהטענות הבאות נכונות

(1) תחום הצבה של הביטוי הוא :  $m \neq 0,1$

(2) כאשר  $m$  שלילי יתכן שערך הביטוי חיובי

(3) תחום הצבה של הביטוי הוא :  $m \neq 0,1,4$

### משוואות, אי שוויונות, מערכות של משוואות

$9\frac{1}{2} - 2x - \frac{5x}{12} \leq -\frac{x}{4} - \frac{5}{6} - 13$	.2		$2x + 3 \leq 6x - 1 < 3x + 5$	.1
$\begin{cases} 5(x+3) - 7(y-8) = 68 \\ 5x - 7y = -3 \end{cases}$	.4		$\frac{1}{5}(4x-1) - \frac{2x}{3} > 2 + \frac{1}{7}x$	.3
$\begin{cases} \frac{20}{x+y} + \frac{12}{x-y} = 5 \\ \frac{50}{x+y} + \frac{8}{x-y} = 7 \end{cases}$	.6		$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{4} = 2 \\ \frac{x+y}{5} - \frac{2x-y}{4} = 1 - \frac{x}{6} \end{cases}$	.5
$(3x+4)^2 = 16(3x+4)$	.8		$\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 8 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}$	.7
$(2x+7)^2 = 16x^2$	.10		$4(x^2+1) + 42 = (x+6)^2 - (x-1)(x+1)$	.9
$12x^3 - 48x = 0$	.12		$\frac{x^2-9}{x-3} = x^2 - 4x + 9$	.11
			$\frac{(x+4)(x-2)}{4} = 10$	.13

## שאלות מילוליות

1. תלמידי כיתה ח' היו אמורים לסדר 40 שקיות עם עפרונות ומדבקות לתלמידי כיתה א'. הם קנו שקיות בשני צבעים : אדומות וכחולות. מספר השקיות הכחולות היה גדול פי 3 ממספר השקיות האדומות. לכל שקית אדומה הם הכניסו 3 עפרונות יותר ומדבקה אחת פחות מאשר לשקית כחולה. כמה פריטים מכל סוג הכניסו לשקית אדומה וכמה לשקית כחולה, אם ידוע שסך הכל היה 380 פריטים, ומספר המדבקות היה שווה למספר העפרונות?

2. סכום שני מספרים הוא 56. אם נחבר את מחציתו של המספר הקטן עם שליש של המספר הגדול - תתקבל התוצאה 23. מצאו את שני המספרים.

3. מחיר קילוגרם עגבניות גדול ב- 2 ₪ ממחיר קילוגרם מלפפון. גברת אלוני הולכת לקניות בימים ב' ו- ה'. ביום ב' היא קונה קילוגרם אחד של עגבניות, קילוגרם אחד של מלפפונים ו-2 פלפלים ומשלמת 11 ₪. ביום ה' היא קונה 2 קילוגרם של עגבניות, 2 קילוגרם של מלפפונים ו-5 פלפלים ומשלמת 23 ₪. מהו מחירו של קילוגרם עגבניות?

4. המרחק בין אשדוד לבאר שבע הוא 84 ק"מ.

שני רוכבי טרקטורון יצאו בו זמנית, אחד מאשדוד והשני מבאר שבע, ורכבו זה לקראת זה. אחרי שעתיים וחצי הרוכבים טרם נפגשו והמרחק ביניהם היה 4 ק"מ.

הרוכב שיצא מאשדוד עבר את כל הדרך בשעה ועשרים דקות יותר מאשר הרוכב שיצא מבאר שבע. מה הן מהירויות הרוכבים?

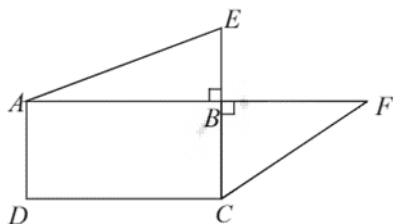
5. על צלעות המלבן ABCD בנו שני משולשים ישרי זווית: ABE ו- BCF (ראה ציור).

ידוע שאורך הקטע AB גדול ב- 25% מאורך הקטע BC, ושני המשולשים בעלי שטח שווה.

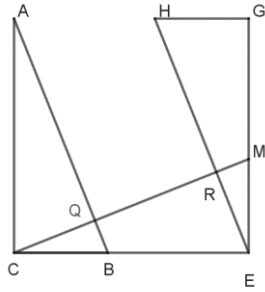
א. בכמה אחוזים קצר הניצב BE מהניצב BF ?

ב. מצאו את אורכי הצלעות של המלבן, אם נתון שהיקף המלבן

גדול פי 4 מסכום הניצבים BE ו- BF, ושטח כל אחד מהמשולשים הוא 20 סמ"ר.



## גיאומטריה



1. נתון:  $EG = CE = AC$

$GH = ME = BC$

$\angle ACB = \angle CEG = \angle EGH = 90^\circ$

הוכיחו:  $\triangle CQB \cong \triangle REM$

2. א. הוכיחו את המשפט:

אם AD הוא תיכון במשולש ABC, אז משולשים ABD ו-ADC שווים שטח.

ב. השלימו ניסוח של משפט הפוך:

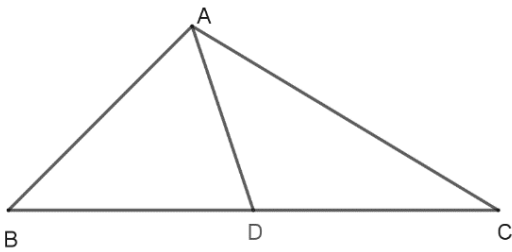
אם נקודה D נמצאת על צלע BC במשולש ABC

כך שקטע AD מחלק את המשולש ABC לשני משולשים

שווי שטח, אז \_\_\_\_\_

ג. האם המשפט ההפוך הוא משפט נכון?

אם כן, הוכיחו. אם לא, הסבירו.



3. הישרים AB ו-CD נחתכים בנקודה E.

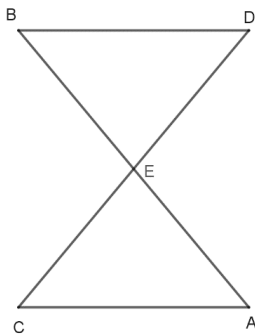
נתון:  $DB = EC = AE$ ,  $\angle DBE = \angle AEC \neq 60^\circ$ .

א. האם המשולש BED הוא משולש שווה שוקיים?

אם כן, הוכיחו. אם לא, הסבירו.

ב. האם  $\triangle BDE \cong \triangle ACE$ ?

אם כן, הוכיחו. אם לא, הסבירו.



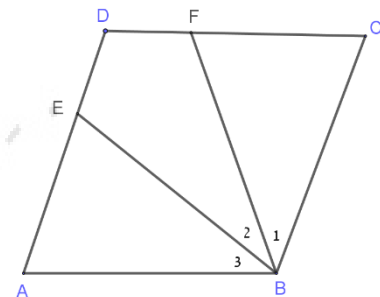
4. מרובע ABCD הוא מעוין.

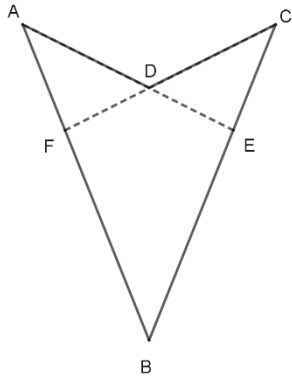
א. נתון:  $\angle B_1 = \angle B_2 = \angle B_3 = \alpha$

הוכיחו: מרובע BEDF הוא דלתון.

ב. נתון גם:  $CD = FB$ .

חשבו את זווית  $\alpha$ .





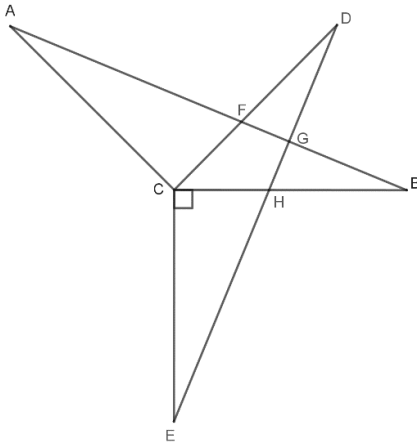
5. נתון:  $BC = AB$ ,  $\angle A = \angle C$ .

א. הוכיחו:  $\triangle AEB \cong \triangle CFB$ .

ב. הוכיחו:  $CE = AF$ .

ג. הוכיחו:  $CD = AD$ .

ד. האם יש דלתונים בשרטוט? אם כן, רשמו את שמותיהם.



6. \* נתון:  $CB = AC$ ,  $\triangle ABC \cong \triangle DEC$ ,

$\angle ECB = 90^\circ$ ,  $\angle B = 30^\circ$ . (ראה שרטוט).

א. חשבו את שאר הזוויות שבשרטוט.

ב. רשמו את כל המשולשים ישרי הזווית שבשרטוט. נמקו.

ג. רשמו את כל המשולשים שווי השוקיים שבשרטוט. נמקו.

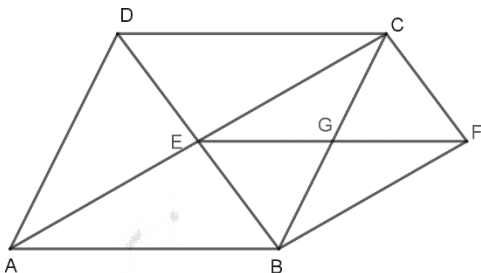
7. במקבילית ABCD הנקודות N ו-K נמצאות על המשכי הצלעות AB ו-AD בהתאמה,

כך ש:  $DK = AD$ ,  $BN = AB$ .

הוכיחו: הנקודות N, C, K נמצאות על ישר אחד.

8. במשולש ישר זווית אחת הזוויות החדות היא בת  $30^\circ$ .

חשבו את היחס בין הגובה ליתר לבין התיכון ליתר.



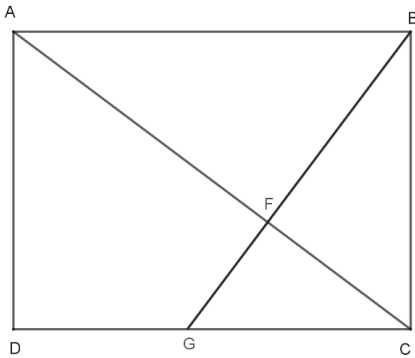
9. אלכסוני המעוין ABCD נחתכים בנקודה E.

נתון:  $BF \parallel AC$ ,  $CF \parallel DB$ .

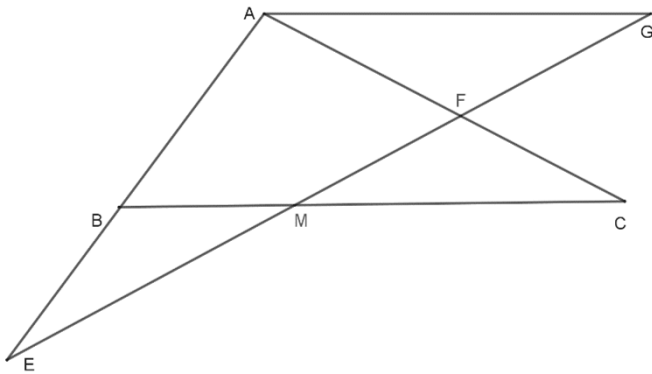
א. הוכיחו: המרובע EBFC הוא מלבן.

ב. נתון גם:  $GF = 4$  ס"מ. חשבו את היקף המעוין.





10. נתון מלבן ABCD . הקטע BG מאונך לאלכסון AC וחותך אותו בנקודה F (ראו שרטוט).  
 16 ס"מ = AF , 9 ס"מ = CF .  
 א. מצאו את כל המשולשים הדומים למשולש ABF .  
 ב. חשבו את אורך הקטע BF .  
 ג. חשבו את אורכי צלעות המלבן .  
 ד. חשבו את אורך הקטע DG .



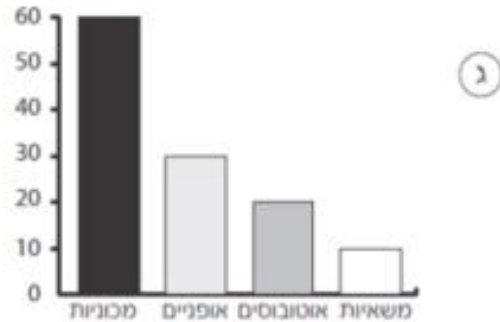
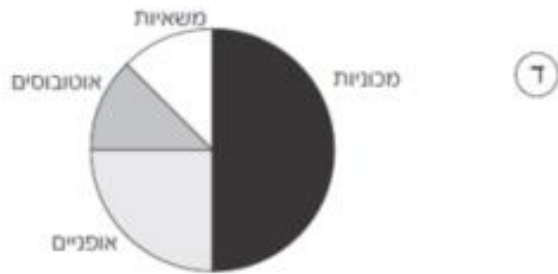
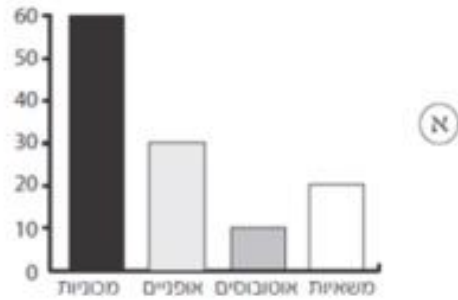
11. בשרטוט שלפניכם נתון:  $\angle ABC = \angle AFE$   
 . BC  $\parallel$  AG  
 א. הוכיחו:  $\triangle AEG \sim \triangle FCM$   
 ב. נתון: AG = 7.5 ס"מ  
 BM = 3 ס"מ  
 MC = EM = 5 ס"מ  
 (1) חשבו את אורך הקטע EG .  
 (2) הוכיחו:  $\triangle EBM \cong \triangle CFM$   
 (3) מצאו את היחס  $\frac{AE}{FC}$  .

# סטטיסטיקה

1. ארבע תלמידים צפו במשך שעה בתנועת כלי הרכב שעברו ליד בית ספרם. הטבלה הבאה מציגה את תוצאות התצפית:

מספר	סוג כלי הרכב
60	מכוניות
30	אופניים
10	אוטובוסים
20	משאיות

כל אחד מהתלמידים שרטט תרשים להצגת התוצאות. איזה מבין התרשימים מציג את התוצאות בצורה נכונה?



2. בחברה "היי טק" שבה עובדים 25 מתכנתים קיימות שלוש דרגות שכר חודשי :  
 13000 ₪, 12000 ₪ ו- 14000 ₪.

השכר החודשי הממוצע של כל 25 המתכנתים הוא 12800 ₪.  
 ידוע כי 11 מהמתכנתים משתכרים 12000 ₪ לחודש כל אחד.  
 א. מצאו כמה מהמתכנתים משתכרים כל אחד 14000 ₪ בחודש.

ב. החברה החליטה לצרף מספר עובדים חדשים, שחלקם ישתכרו 12000 ₪ בחודש וחלקם ישתכרו 13000 ₪ בחודש. מטרת החברה לא לשנות את השכר הממוצע.  
 מהו היחס בין מספר העובדים החדשים שמשכורתם 12000 ₪, לבין מספר העובדים החדשים שמשכורתם 13000 ₪? רשמו הסבר או חישוב.

3. בטבלה שלפניכם נתונים שנאספו מ- 400 משפחות המתייחסים למספר מכשירי הטלפונים הניידים שיש להן.

מספר מכשירים	1	2	3	4	5
מספר משפחות	110		80	60	20

א. לכמה משפחות יש 2 טלפונים ניידים?

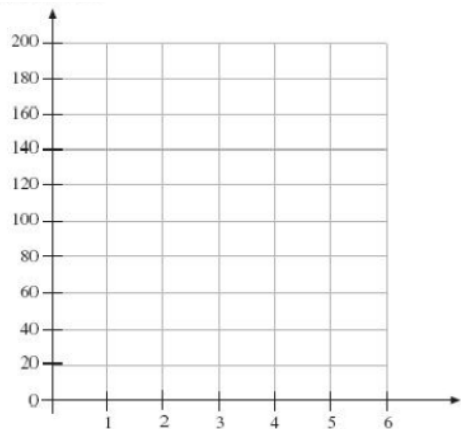
ב. לכמה משפחות יש לפחות 3 טלפונים ניידים?

ג. מהו מספר השכיח של מכשירי הטלפון הניידים?

ד. חשבו את ממוצע מכשירי הטלפון הניידים במשפחה.

ה. שרטטו דיאגרמת מקלות המתאימה לנתונים בטבלה.

מספר משפחות



מספר טלפונים

## תשובות חלקיות :

### פונקציות וגרפים

1. א.  $AB: y = -2x + 8$  ,  $CD: y = 4x + 2$  ג.  $S_{ACD} = 3$  ה.  $S_{BODE} = 7$  ,  $S_{CDE} = 6$   
2. א.  $CB: y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$  ב.  $S_{ABD} = 1.5$  ג.  $m = -8$  ב.  $n = \pm 4$  ד.  $y = -8x + 16$   
3. א.  $S_{BFDE} = 12$  ב.  $B(3,2)$  ,  $C(4,7)$  ג.  $\frac{S_{ABC}}{S_{DEF}} = \frac{1}{9}$  ד.  $75$

### ביטויים אלגבריים וחוקי חזקות

1. א.  $\frac{1}{1024}$  (1) ב.  $1024$  (2) ג.  $9$  (1) ד.  $24$  (2) ה.  $\frac{1}{81}$  (3) ו.  $1.21 \cdot 10^4$  ז.  $1.08 \cdot 10^8$   
2. א.  $2x - 3$  ב.  $2x^2 + 3xy - 9y^2$  ג.  $\frac{6}{b-4}$  ד.  $\frac{x^2-1}{x^2}$  ה.  $-1 < x < 1$   
3. א.  $53$  ב.  $\pm 5$  ג.  $15$  ד.  $\frac{1}{m^2-m}$  ה. לא ב.  $m = 0.5$  ג.  $m = 0.5$  ד.  $(3), (2)$

### משוואות, אי שוויונות, מערכות של משוואות

1.  $1 \leq x < 2$  (2)  $x \geq 10 \frac{10}{13}$  (3)  $x < -231$  (4)  $(t, \frac{5t+3}{7})$  (5)  $(6,4)$  (6)  $(7,3)$   
2.  $(4,2), (-4,-2), (4,-2), (-4,2)$  (8)  $x_1 = 4, x_2 = -\frac{4}{3}$  (9)  $x = 1.5$  (10)  $x_1 = 3.5, x_2 = -1 \frac{1}{6}$   
3.  $x = 2$  (11)  $x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = -2$  (12)  $x_1 = 6, x_2 = -8$  (13)

### שאלות מילוליות

1. בשקית אדומה 7 עפרונות ו-4 מדבקות, בשקית כחולה-4 עפרונות ו-5 מדבקות 2. 26, 30 3. 3.5 ש"ח  
4. 14 קמ"ש, 18 קמ"ש 5. א. 20% ב. 8 ס"מ, 10 ס"מ

### גאומטריה

4. ב.  $\alpha = 36^\circ$  8.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  9. ב. 32 ס"מ 10. ב. 12 ס"מ, ג. 15 ס"מ, 20 ס"מ, ד. 8.75 ס"מ  
11. 11 (ב) 12.5 ס"מ, 3 (ב) 5 : 2

### סטטיסטיקה

1. א 2. א. 6 ב. 4 3. א. 130 ב. 160 ג. 2 ד. 2.375